



Seminario: Lógicas no Clásicas: inconsistencias sin trivialidad

Lógicas Modales

Eduardo Alejandro Barrio - Lucas Rosenblatt

Universidad de Buenos Aires - Conicet

Buenos Aires - Primer cuatrimestre de 2016



Semana 4

Objetivos:

Presentación de las lógicas modales no normales

- ¿Por qué aceptar la regla Nec?
- ¿Hay sistemas modales consistentes entre K y la CL?
- Discusión de problemas filosóficos de las modalidades
 - ontológicos: ¿Qué es un mundo posible? ¿Existen los mundos posibles? ¿En qué sentido existen? ¿Qué es una relación de accesibilidad?
 - epistémicos: ¿Cómo un sujeto es capaz de conocer los que es posible? ¿Puede ser algo posible sin ser cognoscible?



Recursos

Libro:

Priest Introduction to non-classical Logic
Cap 3

Ficha de Cátedra (OpFyL)

Internet:

Stanford

<http://plato.stanford.edu/entries/logic-modal/>

James Garson

<http://plato.stanford.edu/entries/logic-modal-origins/>

Roberta Ballarin

Internet Encyclopedia

<http://www.iep.utm.edu/modal-lo/> van Benthem

Sitio BA-Logic

ba-logic.com

Clase 4



Lógicas Modales Normales

- La lógica modal es una extensión de la lógica clásica CL.
- K - T - S4 - S5 son sistemas normales (Todos tienen la regla de inferencia NEC)



Sistemas Normales

Sistema K

(A5) $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$

Sistema T

(A4) $\Box A \supset A$

(A5) $\Box(A \supset B) \supset (\Box A \supset \Box B)$

Nec $\vdash A \quad \vdash \Box A$

ρ (rho), reflexivity: for all w , wRw .

σ (sigma), symmetry: for all w_1, w_2 , if w_1Rw_2 , then w_2Rw_1 .

τ (tau), transitivity: for all w_1, w_2, w_3 , if w_1Rw_2 and w_2Rw_3 , then w_1Rw_3 .

η (eta), extendability: for all w_1 , there is a w_2 such that w_1Rw_2 .



Relaciones de Accesibilidad

Axiom Name	Axiom	Condition on Frames	R is...	ρ	σ	τ
(D)	$\Box A \rightarrow \Diamond A$	$\exists u wRu$	Serial	.	irj	irj
(M)	$\Box A \rightarrow A$	wRw	Reflexive	\downarrow	\downarrow	jrj
(4)	$\Box A \rightarrow \Box \Box A$	$(wRv \& vRu) \Rightarrow wRu$	Transitive	iri	jri	\downarrow
(B)	$A \rightarrow \Box \Diamond A$	$wRv \Rightarrow vRw$	Symmetric			irk
(5)	$\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$	$(wRv \& wRu) \Rightarrow vRu$	Euclidean			
(CD)	$\Diamond A \rightarrow \Box A$	$(wRv \& wRu) \Rightarrow v=u$	Functional			
($\Box M$)	$\Box(\Box A \rightarrow A)$	$wRv \Rightarrow vRv$	Shift Reflexive			
(C4)	$\Box \Box A \rightarrow \Box A$	$wRv \Rightarrow \exists u(wRu \& uRv)$	Dense			
(C)	$\Diamond \Box A \rightarrow \Box \Diamond A$	$wRv \& wRx \Rightarrow \exists u(vRu \& xRu)$	Convergent			



Ejemplo de Prueba de Validez

$\neg(\Box p \supset \Box \Box p), 0$

$0r0$

$\Box p, 0$

$\neg \Box \Box p, 0$

$p, 0$

$\Diamond \neg \Box p, 0$

$0r1$

$\neg \Box p, 1$

$1r1, 1r0$

$p, 1$

$\Diamond \neg p, 1$

$1r2$

$\neg p, 2$

$2r2, 2r1$

$\Box p \supset \Box \Box p$



Sistemas No Normales

Nec $\vdash A$ $\vdash \Box A$

Las lógicas normales “hablan de” mundos posibles.

¿Qué pasa si hubiera mundos imposibles?

Dependiendo del contexto, un mundo imposible es un mundo en el cual **no valen las leyes (normales) de la lógica o no se cumplen las propiedades metafísicas usuales**. (Kripke, 1965).

Para que no valga Nec deberíamos poder construir un modelo en el cual valga A (en todos los mundos) y no valga $\Box A$. Hay dos opciones, o interpretamos \Box de una manera no estándar o reinterpretamos validez.

Esta última opción es la seguida en este capítulo. Válido será verdadero en todo mundo normal. Esto permite construir modelos en los cuales A valga en todo mundo normal, pero $\Box A$ no valga. Estos mundos son imposibles (o no normales) en el sentido siguiente: en ellos no vale lo que es verdadero de acuerdo a la lógica.



Sistemas No Normales

Nec $\vdash A$ $\vdash \Box A$

Las lógicas no normales “hablan de” mundos posibles e imposibles.

Aplicación:

Condicionales con antecedentes imposibles o consecuentes necesarios. Si el intuicionismo es verdadero, la ley de tercero excluido se cumple.

Un mundo w es no normal ssi todo es posible y nada es necesario.

Si w es no normal,

$$v_w(\Box A) = 0 \quad v_w(\Diamond A) = 1$$

Si w es normal, entonces:

$$v_w(\Box A) = 1 \text{ si para todo } w' \in W \text{ tal que } wRw', v_{w'}(A) = 1; \text{ y } 0 \text{ en cualquier otro caso.}$$



Sistemas No Normales

Nec $\vdash A$ $\vdash \Box A$

Las lógicas no normales “hablan de” mundos posibles e imposibles.

Una interpretación es una estructura $\langle W, N, R, v \rangle$

N: mundos normales.

W - N: mundos no normales.

Validez Lógica: preservación de verdad en mundos normales

$\Sigma \models A$ iff toda interpretación $\langle W, N, R, v \rangle$ y todo $w \in N$: Si $v_w(B) = 1$ para todo $B \in \Sigma$, entonces $v_w(A) = 1$

$\models A$ iff toda interpretación $\langle W, N, R, v \rangle$ y todo $w \in N$: $v_w(A) = 1$



Ontología de la modalidad

¿Qué es un mundo posible?

Es una totalidad de los hechos

Es una totalidad que incluye todas las posibles combinaciones entre objetos y sus propiedades

Es una totalidad de afirmaciones (un conjunto maximal de afirmaciones)



Ontología de la modalidad

¿Qué naturaleza tiene un mundo posible?

Es una entidad real

Es una entidad conceptual

Es una entidad lingüística



Ontología de la modalidad

¿Hay algo que haga que el mundo actual sea distinto a los demás mundos posibles?

¿Este mundo en el que estamos es distinto a los modos en los cuales las cosas podrían ser?



Ontología de la modalidad

¿Todo mundo tiene los mismos objetos?

¿Hay objetos que no existen en este mundo que existen en algunos mundos posibles?

¿Hay objetos que existen en todos los mundos posibles?



Lecturas

Cap. 3 de Priest *Intro. to non-classical Logic*

Ficha de cátedra (Completa, incluyendo sistemas no-normales)