



# Seminario: Lógicas no Clásicas: inconsistencias sin trivialidad

## Lógicas Modales No Normales

---

Eduardo Alejandro Barrio - Lucas Rosenblatt

Universidad de Buenos Aires - Conicet

Buenos Aires - Primer cuatrimestre de 2016



## Semana 5

### Objetivos:

#### Presentación de las lógicas modales no normales

- ¿Por qué aceptar la regla Nec?
- Los sistemas de lógica modal no normal son aún más débiles que K
- Qué son los mundos imposibles?



## Recursos

### Libro:

*Priest Introduction to non-classical Logic*  
*Cap 4*

Ficha de Cátedra (OpFyL)

### Internet:

Stanford

<http://plato.stanford.edu/entries/impossible-worlds/> Francesco Berto

Sitio BA-Logic

[ba-logic.com](http://ba-logic.com)

Clase 5



## *Mundos no normales*

- Mundos donde las condiciones de verdad de los operadores modales son especiales



## Sistemas No Normales

**Nec**  $\vdash A$        $\vdash \Box A$

Las lógicas normales “hablan de” mundos posibles.

Las lógicas modales no normales también hablan de mundos imposibles.

Un mundo imposible es un mundo en el cual **no valen las leyes (normales) de la lógica o no se cumplen las propiedades metafísicas usuales.**

Para que no valga Nec deberíamos poder construir un modelo en el cual valga A (en todos los mundos) y no valga  $\Box A$ .

Hay dos opciones, o interpretamos  $\Box$  de una manera no estándar o reinterpretamos validez.



## Sistemas No Normales

**Nec**  $\vdash A$        $\vdash \Box A$

Las lógicas no normales “hablan de” mundos posibles e imposibles.

Condiciones de verdad:

Los conectivos reciben valuaciones usuales en un mundo (normal y no normal)

Las modalidades no

- Si  $w$  es no normal,

$v_w(\Box A) = 0$  &  $v_w(\Diamond A) = 1$       (Un mundo  $w$  es no normal ssi todo es posible y nada es necesario)

- Si  $w$  es normal,

$v_w(\Box A) = 1$  si para todo  $w' \in W$  tal que  $wRw'$ ,  $v_{w'}(A) = 1$ ; y 0 en cualquier otro caso.



## Sistemas No Normales

**Nec**  $\vdash A \quad \vdash \Box A$

Las lógicas no normales “hablan de” mundos posibles e imposibles.

Una interpretación no normal es una estructura  $\langle W, N, R, v \rangle$

N: mundos normales.

W - N: mundos no normales.

**Validez Lógica:** preservación de verdad en mundos normales

$\Sigma \models A$  iff toda interpretación  $\langle W, N, R, v \rangle$  y todo  $w \in N$  : Si  $v_w(B) = 1$  para todo  $B \in \Sigma$ , entonces  $v_w(A) = 1$

$\models A$  iff toda interpretación  $\langle W, N, R, v \rangle$  y todo  $w \in N$ :  $v_w(A) = 1$



## Sistemas No Normales

### Relaciones de accesibilidad:

Como en el caso de los sistemas normales, diferentes sistemas no normales se obtienen restringiendo  $R$  son propiedades (reflexividad, transitividad, etc).

$N$  es el **sistema de lógica modal no normal** en el cual sus modelos tienen una  **$R$  sin ninguna restricción**.

Una extensión no normal puede obtenerse restringiendo  $R$  a relaciones de accesibilidad reflexivas (Sistema de Lewis  $S2$ ).





## Propiedades de los Sistemas No Normales

***K-models*** son un caso especial de ***N-models***

Por lo tanto, si la verdad se preserva en todos mundos de los **N-models**, entonces se preserva en todos los **K-models**.

Es decir, **K** es una extensión de **N**. La regla **Nec** falla en los mundos no normales.

$\models A \vee \neg A$

$\models \Box (A \vee \neg A)$  vale en todos los mundos normales, pero no vale en los normales.

$\not\models \Box \Box (A \vee \neg A)$

Condicionales estrictos y sus problemas:  $A \longrightarrow B = \Box (A \supset B)$



## Propiedades de los Sistemas No Normales

Lógica clásica  $\vdash B \supset (A \supset B)$   $\vdash \neg A \supset (A \supset B)$   $A \supset (B \vee \neg B)$   $(A \wedge \neg A) \supset B$  Explosión

Condicional Estricto:  $B \longmapsto (A \longmapsto B)$   $\vdash \neg A \longmapsto (A \longmapsto B)$

Son falsas:  $B \models (A \longmapsto B)$   $\neg A \models (A \longmapsto B)$

Son válidas las siguientes afirmaciones (Paradojas de la Implicación estricta)

$\Box B \models (A \longmapsto B)$

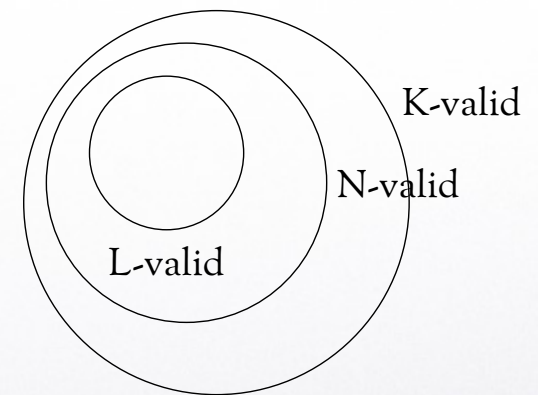
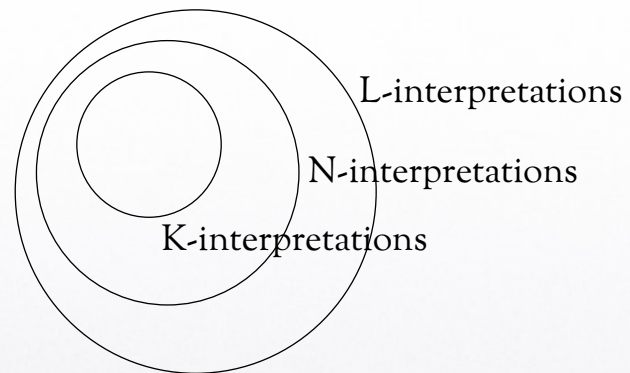
$\neg \Diamond A \models (A \longmapsto B)$

$\models A \longmapsto (B \vee \neg B)$

$\models (A \wedge \neg A) \longmapsto B$



# Comparación





## Comparación

Tanto sistemas normales como no normales son extensiones (conservativas) a la lógica clásica.

- Las interpretaciones K son un subconjunto de las interpretaciones N
- Los sistemas no normales son más débiles que K (prueban menos que K): hay menos fórmulas que son N-válidas que K-válidas.

Problemas Filosóficos:

- ¿Son rivales N y K (T - S4 - S5) respecto de la lógica clásica?
- ¿Hay rivalidad legítima cuando hay extensiones conservativas de los teoremas?
- ¿Podría algún hecho empírico producir tal rivalidad?



## Discusión: mundos imposibles en lógica epistémica

Es verdad que uno sabe lo que es válido?

(Validity) If  $\models A$ , then  $\models KA$ ,



## Discusión

¿Por qué deberíamos creer en mundos imposibles?

- 1) Porque las lógicas no normales hablan (cuantifican sobre) ellos (Arg tipo Lewis)
  - 1) Modos en los cuales el mundo podría ser...
  - 2) Modos en los cuales el mundo podría no ser...



## Discusión

As far as I can see, any of the main theories concerning the nature of possible worlds can be applied equally to impossible worlds: they are existent nonactual entities; they are nonexistent objects; they are constructions out of properties and other universals; they are just certain sets of sentences. ... There is, as far as I can see, absolutely no cogent (in particular, non-question-begging) reason to suppose that there is an ontological difference between merely possible and impossible worlds. (Priest 1997 "Sylvan's Box: A Short Story and Ten Morals", 580–1)



## Discusión

¿Por qué deberíamos creer en mundos imposibles?

- 1) **Contra-argumento:** if one believes in possible worlds (of the Lewisian kind) as ways things could be or have been, then by parity of reasoning one should believe in impossible worlds (ditto) as ways things could not be or have been. But impossible worlds then are too much to swallow. So one should not believe in Lewis' modal realism.





## Lecturas

Cap. 5 de Priest *Intro. to non-classical Logic*