

Motivaciones históricas en la construcción de lógicas multivaluadas

Susan Haack, Filosofía de las lógicas (1978),
capítulo 11

Repaso

Las lógicas multivaluadas son aquellas en donde hay más de dos valores de verdad, incluso infinitos.

Definition

Una *estructura* \mathcal{M} para un lenguaje proposicional \mathcal{L} es una tupla $\langle \mathcal{V}, \mathcal{D}, \mathcal{O} \rangle$, donde:

- \mathcal{V} es un conjunto no vacío de valores de verdad,
- \mathcal{D} es un subconjunto propio no vacío de \mathcal{V} , el conjunto de valores designados, y
- \mathcal{O} es un conjunto de funciones tal que para cada conectiva n -aria c de \mathcal{L} , hay una correspondiente función f_c en \mathcal{O} tal que $f_c : \mathcal{V}^n \rightarrow \mathcal{V}$.

Repaso

- Una interpretación v es una función que asigna valores en V a las fórmulas del lenguaje L respetando las funciones presentes en O .
- $\Gamma \models A$ si y sólo si no existe una interpretación v tal que $v(B) \in D$ para cada $B \in \Gamma$ y $v(A) \notin D$. Es decir, no existe una interpretación v que le asigne un valor designado a todas las premisas y un valor no designado a la conclusión.
- $\models A$ si y sólo si para toda interpretación v , $v(A) \in D$.
- D puede tener más de un valor. Es decir, podría haber más de un valor designado.
- Las operaciones en O podrían ser distintas de las operaciones clásicas.
- Las interpretaciones v pueden asignar un valor en V distinto de 1 y 0 a las fórmulas de L .

Repaso

- La noción de consecuencia puede definirse como preservación de los valores designados, donde dichos valores pueden incluir no sólo a 1.
- Toda lógica proposicional que pueda construirse de esta forma será decidible. Tenemos tablas de verdad.
- En cierto sentido hay un sólo sistema de lógica bivalente, más allá de las diferencias de notación, primitivos y axiomas/reglas, los teoremas e inferencias son los mismos. Pero cuando un sistema tiene más de dos valores existen muchas alternativas dependiendo de las operaciones definidas en O y la elección de valores designados en D .

Motivaciones de las lógicas multivaluadas

El interés por resolver problemas de diversa índole donde la bivalencia parece no ser suficiente condujo a la postulación de lógicas de más de dos valores. El tipo de problema abordado le da el significado a los nuevos valores de verdad y las operaciones/tablas asociadas.

Ámbito del problema	Interpretación del nuevo valor
Paradojas semánticas	Verdadero y falso, paradójico
Fallas en la denotación	Sin sentido
Futuros contingentes	Ni verdadero ni falso, indeterminado, posible
Proposiciones matemáticas	Indecidible

Lógicas trivaluadas

Lukasiewicz: su motivación eran aquellos enunciados que hablan sobre el futuro, problema ya planteado por Aristóteles. Si las oraciones deben ser verdaderas o falsas, aquellas que hablan sobre el futuro implicarían un universo determinista. Por lo que propone un tercer valor interpretado como “indeterminado” o “posible”.

Bochvar: como solución a paradojas semánticas, como la del mentiroso, propone un tercer valor interpretado como “paradójico” o “carente de significado”.

Kleene: intenta introducir en un sistema de lógica la propiedad de algunos postulados que no son ni demostrables ni refutables, o sea “indecidibles”.

Lógica de Lukasiewicz

Argumento a favor de la existencia de un valor indeterminado. Si uno no acepta que los enunciados sobre el futuro no son ni verdaderos ni falsos terminamos en un fatalismo.

- Sea p una proposición hecha en el presente sobre el futuro, ej: “Mañana lloverá”, que teniendo en cuenta la bivalencia necesariamente es V ó F.
- Sea q la proposición que expresa lo que pasa en ese futuro, que necesariamente adoptará el mismo valor de verdad que p por ya tener un valor de verdad determinado.
- Por Modus Tollens, como el futuro no está determinado $\neg q$ entonces p es falso.

Crítica de Haack

El argumento se expresa como prueba a favor del fatalismo o refutación de la bivalencia. Pero para Haack existe un error en la formalización del argumento que lo vuelve inválido. Si necesariamente p es verdadero (falso) entonces necesariamente q es verdadero (falso) se puede formalizar de dos maneras:

$$(1) \quad \Box (p \supset q) \quad (2) \quad p \supset \Box q$$

Si tomamos (1) no se sigue el fatalismo, pues: $p, \Box (p \supset q) \not\models q$

Si tomamos (2) el argumento es válido, pero ya no existe un compromiso con la premisa $\Box (p \supset q)$, por lo que de negar el fatalismo no se sigue rechazar la bivalencia.

Algunos autores como Reichenbach encontraron en esta lógica una solución a problemas suscitados en el campo de la mecánica cuántica.

Lógica de Bochvar

Oraciones como la del mentiroso “esta oración es falsa” parecen tener ambos valores de verdad, por lo que Bochvar propone un tercer valor descrito como “paradójico” o “carente de significado”. Pero Haack señala que tal solución es aparente ya que aceptando tal lógica trivaluada se pueden formular nuevas paradojas semánticas como “esta oración es falsa o paradójica”

Se habla del carácter “infeccioso” de la lógica de Bochvar, debido a que cualquier fórmula compuesta toma el valor *i* si alguno de sus componentes también lo tiene. En la teoría sobre sentido y denotación de Frege no se permitían términos singulares sin denotación, pues por el principio de composicionalidad dejarían a la oración sin valor de verdad. La lógica de Bochvar serviría para expresar tal propiedad.

Lógica de Kleene

Parte de la propiedad de algunos enunciados matemáticos que no pueden ser demostrados ni refutados, son “indecidibles”. Por lo que en su sistema trivalente el tercer valor no pretende decir que la fbf no es” ni V ni F”, sino indicar que no se puede decir qué es.

A pesar de ser un sistema lógico multivaluado siguen estando sólo los dos valores de verdad tradicionales, por lo que se propusieron argumentos que sostienen que no rivaliza con la lógica clásica.

A diferencia de los intuicionistas que a partir de la indecidibilidad sospechan alguna restricción metafísica, Kleene no encuentra razones suficientes como para sospechar de la bivalencia.

Lógicas multivaluadas y bivalencia

Hack sostiene que la adopción de un sistema de lógica multivaluado no implica que existan más de dos valores de verdad ni tampoco el rechazo de la bivalencia.

El tercer valor puede interpretarse como que la fórmula no tiene ningún valor de verdad y no un nuevo valor de verdad no estándar, como puede ser la forma de entender la lógica de Bochvar.

Si se introduce la dimensión epistemológica, como la interpretación propuesta por Kleene, existirían estrictamente los dos valores de verdad tradicionales y los valores de las tablas expresarían también su estatus epistémico.

Conclusiones

A pesar de la diversidad de interpretaciones del significado semántico de los nuevos valores de verdad, todas ellas se basan en intuiciones claras y resuelven problemas específicos. Es necesario tener en cuenta los distintos aspectos de un sistema lógico para poder comprender en qué difieren la lógica clásica y las multivaluadas.

- Valores de verdad
- Decidibilidad
- Teoremas y Validez
- Compromisos ontológicos y epistemológicos

Qué conceptos resultan esenciales para el carácter “clásico” de la lógica?