Lógica Divergente (1974)

Susan Haack

Capítulo 5: Intuicionismo

Conclusión: el intuicionismo parece fallar.

Luitze

us

Susan Haack

Para el intuicionista el dogma de la validez universal del principio del 3° excluido es un fenómeno de la historia de la civilización, como la anterior creencia en la racionalidad de π o en la rotación del firmamento alrededor del mundo.

L.E.J. Brouwer, 1952

Intuicionista como crítico de la Lógica Clásica: existen contraejemplos de algunos principios de la LG; pero esta no es la base de su desacuerdo: la diferencia es acerca del estatus de la Lógica misma.

Haack: Intuicionismo $\neq$Constructivismo.

Lógicos clásicos: la matemática se debe reducir a la lógica (Frege, Russell)

Lógicos intuicionistas: la matemática es primaria y la lógica secundaria.

Lógicos intuicionistas: la matemática es primaria y la lógica secundaria; los números son entidades mentales; la matemática es una actividad mental; sólo se admiten entidades matemáticas construibles (no toda la matemática clásica es de manera intuicionista aceptable); de aquí que hay contraejemplos a ciertos principios lógicos, por ej el 3° excluido.

Brouwer: Propiedad huidiza (de los Números Naturales) si:

a) Para cada n se puede decidir o que posee la propiedad F o que no puede poseer F; pero

b) No se conoce ningún método para calcular un n que es F; y

c) No se sabe que la suposición de que haya tal n lleve al absurdo.

Entonces, según Brouwer, un n que posee F o existe o no puede existir, ie $(\exists x)Fx \vee \neg(\exists x)Fx$ deja de ser verdad.

En la cuestión de decidir si un sistema no estándar es un rival o un suplemento de la LC, la afirmación de que el Ppio. del 3° Excluido es a veces falso o a veces sin valor de verdad es de crucial importancia.

Quine: NO es realmente un rival; las constantes lógicas Intuicionistas difieren en significado de sus contrapartes clásicas.

En el P3°E los miembros de la disyunción pueden carecer de valor de verdad en vez de ser ambos falsos. Si ambos miembros son falsos, en algunas instancias de "A v ¬A", entonces el operador "¬" funciona como un "formador de contrarios".

Formalización de la LI: cálculo de Heyting; Gödel sugiere que es una extensión de la LG (sólo incluye algunos operadores nuevos).

Haack: se debería tomar en serio la afirmación de los intuicionistas de llamarse a sí mismos críticos de la Lógica Clásica: el desacuerdo no es soluble por referencia a la variación de significado.

Intuicionismo $\neq$ Constructivismo.

Heyting: responde negativamente a si $(\exists x)Fx$ era verdad antes de que un número con la propiedad F fuese construido; pero admite que la Matemática así aceptable es limitada (a números naturales pequeños); Heyting permite:

1) Construcciones actualmente efectuadas
2) Métodos generales de construcción
3) Construcciones hipotéticas

Sirve para probar: $\vdash \neg(2+2)=5$; también $\vdash a+b=b+a$

Problema: 2 y 3 requieren que se de algún sentido a construcción posible pero no actual.

Noción de “posible construcción” en términos de “efectivamente decidible” (en el sentido técnico de Church).

El intuicionista entiende (∃x)Fx como una comunicación incompleta de un enunciado que actualmente nos da un x que es F, y (x)Fx como una comunicación incompleta de un método general efectivo para encontrar para cualquier x la información que completa la comunicación Fx para esa x; noción de “representabilidad recursiva” (Kleene).

*) Heyting: no se puede definir construibilidad sino que se debe tomar como primitiva.

*) Kolmogorow: cálculo minimal (axiomas de Heyting) como formalización de las ideas de Brouwer.

Dummet: Los argumentos más fuertes para el intuicionismo vienen de la insistencia en que la forma general de explicación del significado, y por consiguiente de los operadores lógicos en particular, es un enunciado no de las condiciones de verdad sino de las condiciones de afirmación.

El significado de un enunciado S es el mismo que el significado de “es verdad que S”.

Dummet señala 3 ejemplos de enunciados tales que no hay nada en virtud de lo cual ellos o sus negaciones son V:

1) «Jones era valiente» VS/ «Jones NO era valiente» PB Jones está muerto y nunca estuvo en peligro;

2) «No se construirá nunca una ciudad en este lugar» Problema: requiere un conjunto infinito de datos para justificar;

3) $(\exists x)Fx$ es V o F; Pb para el realista.

Teoría del significado de la condición de afirmación: una sentencia es significativa si hay condiciones en las cuales sería afirmable; permite sentencias significativas sin valores de verdad (Dummet).

Haack: estos argumentos no son satisfactorios.

1) Debe mantener que a) una sentencia S puede ser verdadera pero no afirmable, y b) que una sentencia S puede ser afirmable pero no verdadera; Dummet parece rechazar ambas a) y b); las condiciones de verdad y de afirmación resultan ser equivalentes.

2) ¿Porqué piensa Dummet que sí funciona? Porque piensa que la teoría de la condición de verdad dará significado a una sentencia sólo si la sentencia tiene un valor de verdad y además porque piensa por otra parte que algunas sentencias carecen de hecho de valor de verdad.

La teoría de la verdad (de Tarski) es bivalente; pero esto no es el acompañamiento inevitable de una teoría de la condición de verdad, se puede evitar adoptando una definición liberal de la negación:

D1: ~A es verdadera si A es falsa, falsa si A es verdadera; en lugar de la más restrictiva:

D2: ~A es verdadera si A es falsa, falsa de cualquier otro modo; y entonces puede permitir la posibilidad de sentencias significativas pero sin valor de verdad.

Conclusión: una teoría de la condición de afirmación no es necesaria; un finitista estricto debería encontrar este neointuicionismo de Dummet demasiado liberal.