# Seminario: Lógicas no Clásicas: inconsistencias sin trivialidad

## Lógicas Modales No Normales

Eduardo Alejandro Barrio - Lucas Rosenblatt

Universidad de Buenos Aires - Conicet

Buenos Aires - Primer cuatrimestre de 2016

# Preliminares

- La paradoja del mentiroso afecta las leyes de la negación.

Las Lógicas PARACONSISTENTES rechazan EXPLOSIÓN.

Las Lógicas PARACOMPLETAS rechazan TERCER EXCLUIDO.

| $\phi$ | $\neg\phi$ |
|---|---|
| $1$ | $1$ |
| $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $0$ | $1$ |

# Preliminares

- La paradoja del Curry afecta las leyes del Condicional.

$C \Leftrightarrow Tr(C) \rightarrow B$

Usando el esquema T, las leyes clásicas del condicional (**MP o Contracción)**, se puede una teoría trivial.

# Preliminares

- Las lógicas de la verdad exigen reformas drásticas de la lógica clásica:

    - cambiar las leyes de la negación (o rechazar EXPL o rechazar LEM)

    - cambiar las leyes del condicional (o rechazar MP o contracción).

# Problemas para LP (Priest)

- LP es **demasiado débil**.

- **Limitaciones expresivas:** LP no puede expresar negaciones fuertes y condicionales que validen MP

- LP acepta **dialetheias**: L y C son contradicciones verdaderas

    Cómo podemos aceptar una contracción verdadera?

    Cómo puede haber oraciones verdaderas y falsas?

    Cómo la realidad puede ser contradictoria?

# Contradicciones verdaderas

A dialetheia is a sentence, A, such that both it and its negation, ¬A, are true (…) Dialetheism is the view that there are dialetheias. (...) dialetheism amounts to the claim that there are true contradictions (Priest & Berto 2013, Introduction).

[T]he paradoxes of self-reference are not the only examples of dialetheias that have been mooted. Other cases involve contradictions affecting concrete objects and the empirical world (Priest & Berto 2013, sec. 3.3) [T]here are, if not conclusive, then at least plausible reasons for supposing that these [discrete temporal changes] may produce dialetheias. (Priest 2006, p. 159).

# Recapturar las nociones clásicas

- Las **Lógicas Formales de la Inconsistencia** (LFIs) son lógicas paraconsistentes que internalizan la noción de ***consistencia*** dentro del lenguaje (operador o).

- El operador o sólo debe aplicarse a las oraciones “clásicas” restaurando las leyes lógicas para ellas.

En las LFIs vale **gentil explosión**:

oA & (A y NoA) implica B

# Trabajos sobre LFIs

- Newton da Costa. Sistemas formais inconsistentes (Inconsistent formal systems, in Portuguese). Habilitation thesis, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brazil, 1963.
- Walter Carnielli, Marcelo Coniglio,and Itala D'Ottaviano, editors. *Paraconsistency: The Logical Way to the Inconsistent*. Proceedings of the 2nd World Congress on Paraconsistency (WCP 2000), volume 228 of Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics. Marcel Dekker, New York, 2002.
- Walter Carnielli and João Marcos. "A taxonomy of C-systems."
- Walter Carnielli, Marcelo Coniglio, and João Marcos. "Logics of Formal Inconsistency". In Dov M. Gabbay and Franz Guenthner, editors, *Handbook of Philosophical Logic (2nd. edition)*, volume 14, pages 1–93. Springer, 2007.

# Modelar la inconsistencia

Tener creencias inconsistentes no parece conducir a la aceptación de cualquier cosa.

**Desafío:** ¿Cómo circunscribir la información inconsistente de manera tal de evitar la trivialidad?

# Modelar la inconsistencia

$\circ A$: A es consistente.

$\bullet A$ : A es inconsistente.

$\circ A$ no es necesariamente equivalente a $\neg (A \wedge \neg A)$

No siempre las contradicciones causan trivialidad

A veces las contracciones causan trivialidad.

$\circ A,\ A,\ \neg A \vDash B$ (Gentil EXP)

# Ejemplo de una LFI: mbC

**Axiom Schemas**

(A1) $A\rightarrow(B\rightarrow A)$

(A2) $(A\rightarrow B)\rightarrow((A\rightarrow(B\rightarrow C))\rightarrow(A\rightarrow C))$

(A3) $A\rightarrow(B\rightarrow(A\wedge B))$

(A4) $(A\wedge B)\rightarrow A$

(A4') $(A\wedge B)\rightarrow B$

(A5) $A\rightarrow(A\vee B)$

(A5') $B\rightarrow(A\vee B)$

(A6) $(A\rightarrow C)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow((A\vee B)\rightarrow C))$

(A7) $A \vee (A \rightarrow B)$

(A8) $A \vee \neg A$ MP

Axioma para Consistencia (EXPLOSIÓN GENTIL).

(bc1) $\circ A\rightarrow(A\rightarrow(\neg A\rightarrow B))$

# Problema con las LFIs tradicionales

- Las **Lógicas Formales de la Inconsistencia** (LFIs) más conocidas validan MP (tanto para las oraciones consistentes como para los que no la son). Por eso, no son inmunes a la paradoja de Curry.

# Consistencia

- Defensa de una posición deflacionaria acerca de los operadores lógicos:

- Consistencia o

- Inconsistencia •

- Criticar el enfoque epistémico acerca de la inconsistencia: las razones epistémicas motivan un enfoque paracompleto (en lugar de paraconsistente)

# Lógica Clásica

- No acepta contradicciones

- El principio de no contradicción es válido.

  - $A , \neg A \vdash B.$ Explosión

  - Hay que evitar las contradicciones ya que conducen a trivialidad.

  - No se puede aceptar A y ¬ A.

# Lógicas Paraconsistentes

- $A , \neg A \nvdash B.$ **Explosión**

El principio de explosión no conduce a trivialidad.

"o A" significa A es consistente. Recaptura la lógica clásica acotada a lo consistente

- $oA, \ A , \neg A \vdash B.$ **Gentil Explosión**

El principio de Gentil Explosión conduce a trivialidad cuando se acota a contextos consistentes.

# 4 grados de Paraconsistencia (+1)

1) No aceptar la validez de $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$
2) Hay teorías interesantes que son contradictorias, pero no son triviales
3) Algunas teorías inconsistentes, pero no triviales pueden ser verdaderas
4) Existen Dialetheias (oraciones verdaderas y falsas)
5) Existen realidades contradictorias.

# Problema conceptual

¿Cómo interpretar el operador de consistencia?

Evitar aceptar que hay reales contradicciones en la realidad

Explicar el funcionamiento del operador

# Newton daCosta

“Let us suppose that we want to define an operational concept of negation, at least for the negation of some atomic sentences. ¬A, where A is atomic, is to be true if, and only if, the clauses of an appropriate criterion *c* are fulfilled, clauses that must be empirically testable; i.e., we have an empirical criterion for the truth of the negation of A.

Naturally, the same must be valid for the atomic proposition A, for the sake of coherence. Hence, there exists a criterion *d* for the truth of A. But clearly it may happen that the criteria *c* and *d* be such that they entail, **under certain critical circumstances, the truth of both A and ¬A.”**

**(**DA COSTA, N. “The philosophical import of paraconsistent logic”. *Journal of Non-Classical Logics*, n 1, pp. 1-19, 1982.)

# Tesis Epistémica

*v*(*A*) = 1 means that there is evidence that *A* is the case;

*v*(*A*) = 0 means that there is no evidence that *A* is the case;

*v*(¬*A*) = 1 means that there is evidence that *A* is not the case;

*v*(¬*A*) = 0 means that there is no evidence that *A* is not the case.

Notice that '*there is no evidence that A is not the case*' means the same *as 'there is no evidence for ¬A'.*

*Both are represented in the semantics by v*(¬*A*) = 0. Similarly, '*there is evidence that A is not the case*' means the same *as 'there is evidence for ¬A', both represented by v(¬A) = 1. There is no distinction between 'evidence for ¬A' and 'evidence that A is not the case', nor between 'evidence for A' and 'evidence that A is the case'.*

WALTER CARNIELLI & ABÍLIO RODRIGUES (2015) "TOWARDS A PHILOSOPHICAL UNDERSTANDING OF THE LOGICS OF FORMAL INCONSISTENCY" *Manuscrito.*

# Argumento en defensa de la posición epistémica

The acceptance of ¬*A* means that there is some evidence that *A* is not the case.

If such evidence is non-conclusive, it may be that there is simultaneously some evidence that *A* is the case.

A **contradiction** is therefore interpreted not as the simultaneous truth of *A* and ¬*A*, but rather as **simultaneous evidence for truth and falsity of *A***.

Conclusive evidence is tantamount to truth, and if there is conclusive evidence for *A*, it cancels any evidence for ¬*A* (*mutatis mutandis* for ¬*A* and *A*).

Therefore, the acceptance of a pair of contradictory propositions *A* and ¬*A* need not to be taken in the strong sense that both are true.

WALTER CARNIELLI & ABÍLIO RODRIGUES (2015) "TOWARDS A PHILOSOPHICAL UNDERSTANDING OF THE LOGICS OF FORMAL INCONSISTENCY" *Manuscrito.*

# Contradicciones epistémicas

La contradicción $A \wedge \neg A$

*significa que hay un conflicto en la evidencia acerca de A*.

(bd1) $\circ A \rightarrow (A \vee \neg A)$.

$v(\circ A) = 1$ implica que $[v(A) = 0$ iff $v(\neg A) = 1]$.

El conectivo o puede ser interpretado como un operador de clasicalidad. Permite recapturar las leyes de la lógica clásica dentro de la lógica Paraconsistente.

# Contradicciones epistémicas

When we say that logics of formal inconsistency accept some contradictions without exploding the system, this does not mean that these contradictions are *true*. We may compare this with Kripke models for intuitionistic logic, where it can happen that a pair of sentences *A* and ¬*A* (¬ here is intuitionistic negation) receive the value 0 in some stage (i.e., possible world). Such a stage would be a refutation of excluded middle.

This does not mean that *A* and *not A* are *false*, however, but rather that neither has been proved yet. Analogously, as suggested above, when two sentences *A* and ¬*A* receive *1* in *mbCD*, it means that we have evidence for both, not that both are simultaneously true.