



Seminario: Lógicas no Clásicas: inconsistencias sin trivialidad

Las Lógicas de la Verdad

Eduardo Alejandro Barrio - Lucas Rosenblatt

Universidad de Buenos Aires - Conicet

Buenos Aires - Primer cuatrimestre de 2016

Eduardo Barrio (dir.) *La Lógica de la Verdad* (Buenos Aires, Eudeba, 2014)



Objetivos

- Presentar los principales enfoques acerca de la lógica de la verdad
- Discutir las distintas soluciones a las paradojas semánticas

Mentiroso: Esta oración **no** es verdadera

Curry: **Si** esta oración es verdadera, **entonces** Zeus existe.

- Analizar si la inclusión de la noción de verdad en un sistema lógico puede ser considerada una razón para revisar la lógica
- Estudiar qué es una noción lógica:

¿Es la noción de verdad una noción lógica?

Restricciones sobre las lógicas de la verdad

- Cuáles son las leyes lógicas de la negación?

Puede haber una negación que no cumpla doble negación?

Se sigue cualquier cosa de una contradicción?

- Cuales son las leyes lógicas del condicional?

Puede haber un condicional sin MP?

Puede haber un condicional sin contracción:

$$((A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B))?$$

Puede haber un condicional sin TD?

Temas de discusión

- Comparación entre los distintos tipos de modelos (bivalencia - n-valencia)
- Discusión sobre generalidad absoluta
- Revisión de la lógica
- ¿Una o más lógicas?
- ¿Es válido el principio de tercer excluido? ¿Hay oraciones sin valores de verdad?
- ¿Es válido el principio de no contradicción? ¿Hay contradicciones verdaderas?

Universalidad Expresiva

A characteristic feature of colloquial language . . . is its universality. It would not be in harmony with the spirit of this language if in some other language a word occurred which could not be translated into it; it could be claimed that 'if we can speak meaningfully about anything at all, we can also speak about it in colloquial language'. Tarski (1935/83), p. 164.

Lenguajes Semánticamente Cerrados

- Lenguajes con suficiente poder expresivo como para capturar su propia semántica.
- Auto-referencia
- Eliminar todo tipo de jerarquía de lenguajes
- Representar su propio predicado veritativo
- Representar su propia noción de validez
- Ser naive...

La transparencia de la Verdad

$\vdash \alpha \rightarrow \alpha$

$\vdash \text{Tr}(\alpha) \rightarrow \alpha$

Captura: $\alpha \Rightarrow \text{Tr}(\alpha)$

Liberación: $\text{Tr}(\alpha) \Rightarrow \alpha$

Esquema-T $\text{Tr}(\alpha) \leftrightarrow \alpha$

La transparencia de la Verdad

“God could use only the T-free fragment of English to uniquely specify our world. We are unlike God in that respect; we need a device that enables us to overcome finite constraints in our effort to describe the world.” JC Beall

La verdad como un mecanismo de **generalización infinita**:

(1) Todos los teoremas de la aritmética son verdaderos

como uno de **generalización ciega**:

(2) Todo lo que dijo Aristóteles es verdadero.

La transparencia y la lógica

Tercer Excluido:

LEM: $\vdash \alpha \vee \neg\alpha$

BIV: $\vdash \text{Tr}(\alpha) \vee \text{Tr}(\neg\alpha)$

Principio de no contradicción

PNC: $\vdash \neg (\text{Tr}(\alpha) \wedge \neg\text{Tr}(\alpha))$

Explosión:

EFQ: $\text{Tr}(\alpha) \wedge \neg \text{Tr}(\alpha) \vdash B$

La Paradoja del Mentiroso

[1]	$M \leftrightarrow \neg \text{Tr}('M')$	Autorreferencia
[2]	$\text{Tr}('M')$	Suposición, por \neg I
[3]	M	[2], Liberación
[4]	$\neg \text{Tr}('M')$	[1], [3], \leftrightarrow E
[5]	$\text{Tr}('M') \wedge \neg \text{Tr}('M')$	[2], [4], \wedge I
[6]	$\neg \text{Tr}('M')$	[2-5] \neg I
[7]	M	[1], [6] \leftrightarrow E
[8]	$\text{Tr}('M')$	[7], Captura.

La Paradoja del Mentiroso

[1]	$M \leftrightarrow \neg \text{Tr}(\lambda')$	
[2]	$\text{Tr}(\lambda') \vee \neg \text{Tr}(\lambda')$	LEM
[3]	$\text{Tr}('M')$	Sup caso 1
[4]	M	Liberación de [3]
[5]	$\neg \text{Tr}('M')$	Def. M [4]
[6]	$\text{Tr}('M') \wedge \neg \text{Tr}('M')$	$I \wedge$ [3] [5]
[7]	$\neg \text{Tr}('M')$	Sup caso 2
[8]	M	Def. λ [7]
[9]	$\text{Tr}('M')$	Captura [8]
[10]	$\text{Tr}('M') \wedge \neg \text{Tr}('M')$	$I \wedge$ [7] [9]
[11]	$\text{Tr}('M') \wedge \neg \text{Tr}('M')$	$E \vee$ [2] [6] [10]
[12]	B	EFQ [11]

La Revancha del Mentiroso

Lo falso es lo no verdadero?

NTF-NT.

$$\neg \text{Tr}('A') \wedge \neg \text{Tr}('¬A') \Rightarrow \neg \text{Tr}(A)$$

R: R es falsa o patológica (anormal).

La Paradoja de Curry

Curry $C \leftrightarrow (\text{Tr}('C') \rightarrow A)$

Entonces

[1] $C \rightarrow (\text{Tr}('C') \rightarrow A)$

[2] $C \rightarrow (C \rightarrow A)$

[3] $(C \rightarrow (C \rightarrow A)) \rightarrow (C \rightarrow A)$

[4] $(C \rightarrow A)$

[5] $(\text{Tr}('C')) \rightarrow A$

[6] C

[7] A

Diagonalización

[1], Transparencia de la verdad

Contracción

[2], [3], Modus Ponens

[4], Transparencia de la verdad

[5] Diagonalización

[4], [6] Modus Ponens.

La Paradoja de Curry

Curry $C \leftrightarrow (\text{Tr}('C') \rightarrow A)$

Principios básicos de los condicionales como **Modus Ponens** y **Contracción** parecen no funcionar en contextos donde el predicado veritativo es usado transparentemente.

Expresabilidad

Inexpresabilidad Radical: Algunas expresiones semánticas, como verdad, no son expresables consistentemente dentro del mismo lenguaje (esto es compatible con la posibilidad de que puedan ser expresadas desde otro lenguaje).

Inexpresabilidad Moderada: Algunas expresiones semánticas, que necesitamos introducir en nuestro lenguaje para expresar adecuadamente ciertos rasgos del predicado veritativo de un lenguaje, no son expresables consistentemente dentro del mismo lenguaje (esto es compatible con la posibilidad de que puedan ser expresadas desde otro lenguaje).

Autosuficiencia semántica

Todas las expresiones semánticas que sean necesarias para describir el comportamiento del predicado veritativo de un lenguaje son expresables en ese lenguaje.