Futuros contingentes, lógica trivaluada y lógica temporal

El problema de los futuros contingentes está relacionado con dos temas de lógicas no-clásicas que aparecen en el curso: lógicas paracompletas y lógicas modales. Esto se debe a que la primera y más famosa lógica trivaluada fue propuesta como solución al problema de los futuros contingentes.

Lukasiewicz propuso la lógica L3. Esta lógica tiene las mismas tablas de verdad que K3 para la conjunción, la disyunción y la negación, pero introduce un nuevo *condicional*:

∧	1	1/2	0
1	1	½	0
½	½	½	0
0	0	0	0

→	1	½	0
1	1	½	0
½	1	**1**	½
0	1	1	1

∨	1	1/2	0
1	1	1	1
½	1	½	½
0	1	½	0

A	¬A
1	0
½	½
0	1

En términos generales, L3 es parecida a K3: en particular, no vale el principio del tercero excluído. Sin embargo, L3 tiene muchas verdades lógicas (a diferencia de K3 que no tiene ninguna). Todas ellas involucran el conectivo →, como A → A.

Lukasiewicz (1922) puede ubicarse dentro del positivismo lógico. Considera que Descartes, Kant, Spinoza o Hegel son oscuros, inexactos, a veces incomprensibles y basados en lógicas erróneas. Su idea es refundar la filosofía utilizando la lógica moderna. Esto no significa adoptar la lógica *clásica*, sino tener métodos formales precisos.

A Lukasiewicz le preocupa especialmente la verdad de enunciados sobre pasado o futuro.

"Pablo se encontró con Juan el 4 de enero de 2017 al mediodía". Este hecho ya no existe, pero es recordado por ambos.

Preguntas:

a. ¿En todo instante posterior al 4-1-2017 seguirá siendo verdadero que Pablo se encontró con Juan el 4-1-2017 al mediodía?
b. ¿Era verdadero en 1268 que Juan y Pablo se encontrarían el 4-1-2017 al mediodía?

El *determinismo* responde a *b* afirmativamente. Para el determinista, la historia de la humanidad es una suerte de película. El final está desde el comienzo.

Razones a favor del determinismo:

a. *Tercero excluido*. Aristóteles ya se había planteado el tema, con la proposición "Mañana habrá una batalla naval o mañana no habrá una batalla naval". Según la tradición clásica, se cumple el tercero excluido: no puede suceder que ni A ni $\neg A$ sean verdaderas. Entonces necesariamente, en el día de hoy, "en 2087 habrá una batalla naval" es verdadero, o "en 2087 no habrá una batalla naval" lo es. De este modo, el tercero excluido nos compromete con la intemporalidad de las verdades.
b. *Causalidad*. Muchos metafísicos sostienen que cualquier evento que suceda en el tiempo t fue causado por un evento que sucedió antes de t. Dado que todo hecho tiene causa en un hecho anterior, si existe un instante también existe su instante anterior (donde se ubican sus causas).

Respuestas:

a. Debemos cambiar la lógica. No puede ser que un principio lógico nos obligue a adoptar el determinismo. Podemos adoptar L3, donde "mañana habrá una batalla o mañana no habrá una batalla" puede no ser verdadero.
b. Argumento de los números reales. Puede ser que todo tenga una causa, pero sin embargo esta cadena causal no nos lleve a todo momento anterior. Esto sería como un intervalo de reales, $(.5, 1]$ donde 1 es el momento actual. En ese caso, todo número tiene un anterior, pero no hay ninguno que sea *estrictamente* el que viene después de .5. Del mismo modo, las causas de un hecho posterior pueden *aparecer* más adelante.

En general, el determinismo depende de la existencia eterna de las causas. Y eso no es obvio. De este modo, como no existen las causas de los hechos futuros, muchos hechos futuros están indeterminados.

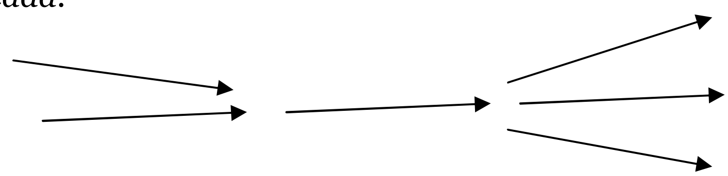
Si la causa de que Juan esté mañana a mediodía en la plaza todavía no existe en el tiempo t, entonces "Juan estará mañana al mediodía en la plaza" es *indeterminada* en el tiempo t (lo mismo su negación).

La solución es rechazar la bivalencia.

Lo mismo aplica, según Lukasiewicz, a los enunciados sobre el pasado. Como dato curioso, Lukasiewicz cree que el indeterminismo es liberador y pacificador. El indeterminismo del futuro nos asegura la libertad, y el indeterminismo del pasado nos asegura que las penas de hoy en algún momento serán olvidadas, dejarán de causar efectos y finalmente no existirán.

Arthur Prior, también polaco, tuvo una visión distinta. Luego de Kripke, Prior sostuvo que la idea del tiempo puede entenderse mediante modelos kripkeanos, donde la accesibilidad es la “anterioridad” de los momentos; es decir, *s*R*t* siempre que *s* ocurre antes que *t*. Obviamente la línea temporal es *transitiva*: si *s* ocurre antes que *t* y *t* antes que *u*, entonces *s* ocurre antes que *u*.

El operador [F] significa “siempre en el futuro”, mientras que <F> significa “en algún momento futuro”. La estructura del tiempo puede ser *lineal*, pero también *bifurcada*.



En la visión de Prior, la bifurcación representa que puede pasar (o puede haber pasado) una cosa tanto como otra.

El esquema modal nos permite también definir operadores sobre el pasado: [P] significa “siempre en el pasado” y <P> significa “alguna vez en el pasado>.

Si bien suena raro, tendremos verdades lógicas del tipo “si A es verdadero, siempre en el futuro será verdadero que alguna vez en el pasado sucedió A”. Es decir,

A → [F]<P>p

Los tableaux para el sistema básico de Prior son obvios:

$$
\begin{array}{cccc}
[F]A,i & \langle F\rangle A,i & \neg[F]A,i & \neg\langle F\rangle A,i \\
irj & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
\downarrow & irj & \langle F\rangle\neg A,i & [F]\neg A,i \\
A,j & A,j & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{cccc}
[P]A,i & \langle P\rangle A,i & \neg[P]A,i & \neg\langle P\rangle A,i \\
jri & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
\downarrow & jri & \langle P\rangle\neg A,i & [P]\neg A,i \\
A\ \ i & A\ \ i & &
\end{array}
$$

Como sucedía en lógica modal, las reglas de posibilidad necesitan un mundo “nuevo”.

De este modo, Prior compatibiliza la lógica clásica con el indeterminismo sobre el futuro. Las proposiciones son verdaderas de acuerdo a un tiempo determinado; entonces lo que es verdadero hoy, puede no serlo mañana. Pensemos en un modelo con dos instantes, el actual y mañana.

La oración “habrá una batalla naval mañana”, puede formalizarse como [F]A. Del mismo modo, la oración “no habrá una batalla naval mañana”, puede formalizarse como [F]¬A.

Pero ambas oraciones [F]A y [F]¬A pueden ser falsas. Lo único que necesitamos es que <F>A y <F>¬A.

$$\begin{tikzcd}
\text{Hoy} \arrow[r] \arrow[dr] & \text{MañanaA (hay batalla)} \\
& \text{MañanaB (no hay batalla)}
\end{tikzcd}$$

Extensiones de Kt

El sistema de lógica temporal básico se puede ir extendiendo si agregamos restricciones sobre la naturaleza de los modelos (i.e. la naturaleza del tiempo):

- Densidad: Si xRy, entonces hay un z tal que xRz y zRy
- Convergencia a futuro: Si xRy y xRz entonces yRz o zRy o y=z (hay un solo futuro)
- Convergencia a pasado: Si yRx y zRx entonces yRz o zRy o y=z (hay un solo pasado)

Las reglas de tableaux son obvias, aunque necesitan la reemplazabilidad de mundos idénticos (véase Priest p. 52-53).

Ejercicios:

1. Determine si es cierto lo siguiente: “Para cualquier inferencia válida A ⊨ B de la lógica clásica, el enunciado A→B es válido en L3”.
2. Determine la validez de las siguientes inferencias en L3:
   a. p ⊨ ¬¬p
   b. ⊨ p → ¬¬p
   c. q → p, r → p ⊨ (q ∨ r) → p
3. Resuelva los siguientes tableaux en el sistema básico Kt:
   Priest, p. 62, ej. 10, a-f.
4. De los que hayan resultado inválidos, intente probarlos asumiendo linealidad (es decir, convergencia a futuro y convergencia a pasado).

Bibliografía:

Lukasiewicz, “Sobre el determinismo” (1923)

Priest, *Introduction to non-classical logics*, pp. 49-56 (2001)